

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

(1) بين أن $|f(x)| \leq 1$ لكل x من \mathbb{R}

(2) ليكن x و y عنصرين مختلفين من \mathbb{R} .

$$\text{أ. بين أن } \frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{2(1 - xy)}{(x^2 + 1)(y + 1)}$$

ب. أدرس رتابة الدالة f على كل من $[0, 1]$ و $[1, +\infty[$

ثم على $[-1, 0]$ و $]-\infty, -1]$

ج. أنجز جدول التغيرات

$$(3) \text{ نضع } g(x) = \sqrt{x+1} \text{ و } h(x) = \frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+1}}$$

أ. حدد مبيانيا f و $f \circ f$ على $[0, +\infty[$ و $[-1, 0]$

ب. تحقق أن $h = g \circ f$

ج. أدرس رتابة الدالة h

تمرين رقم 7

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{x - E(x)}{\sqrt{x}}$$

(1) بين أن $f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$ $(\forall x \in]0, +\infty[)$

(2) بين أن الدالة f محدودة

تمرين رقم 8

$$\text{نضع } f(x) = \sqrt{x - E(x)} - x$$

(1) حدد مجموعة التعريف

(2) حل المعادلة $f(x) = 0$

(3) بين أن $-x \leq f(x) < -x + 1$ لكل x من \mathbb{R}

تمرين رقم 9

لتكن f دالة عددية وبحيث :

$$3f(x) + 2f(-x) = x^3 - 5x$$

(1) أحسب $f(1)$ و $f(2)$

(2) بين أن الدالة f فردية

(3) حدد تعبير $f(x)$ بدلالة x

تمرين رقم 1

لتكن f دالة عددية بحيث : $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(1) أدرس زوجية الدالة f

(2) بين أن f مصغورة بالعدد 1

(3) أ. بين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من \mathbb{R}

$$\text{لدينا : } (f(x))^2 - (f(y))^2 = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 - 1)(y^2 - 1)}$$

ب. أدرس رتابة الدالة f على المجال $]1, +\infty[$

ج. استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty, -1[$

تمرين رقم 2

$$\text{نضع } f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

(1) حدد مجموعة التعريف D_f وبين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) -1 < f(x) < 1$$

(2) أدرس زوجية الدالة f وأدرس تغيراتها

(3) أحسب $(f \circ f)(x)$ لكل x من \mathbb{R}

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(1) بين أن $-1 < f(x) < 1$ $(\forall x \in \mathbb{R})$

(2) أ. أدرس زوجية الدالة f

ب. أدرس رتابة الدالة f على $]0, +\infty[$

ج. استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty, 0]$

تمرين رقم 4

$$\text{نعتبر الدالتين } f(x) = \frac{2(x^2 + 1)}{(x + 1)^2} ; g(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$$

(1) بين أن f تقبل قيمة دنيا عند النقطة $x_0 = 1$

(2) أ. تحقق أن $f(x) = 1 + (g(x))^2$

ب. أدرس رتابة الدالة f على كل من

$$]1, \infty[;]-1, 1] ;]-\infty, -1[$$

تمرين رقم 5

لتكن f دالة فردية معرفة على \mathbb{R} وبحيث :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - 4 & : x \geq 3 \\ f(x) = \frac{-2x}{x + 3} & : 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

(1) أحسب $f(4)$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(-5)$

(2) أدرس رتابة الدالة f أنجز جدول تغيراتها على \mathbb{R}

(3) أرسم منحنى الدالة f